

BAB II LANDASAN TEORI

2.1. Landasan Teori

Teori-teori yang dijadikan sebagai acuan dalam penelitian ini meliputi teori tentang *Travelling Salesman Problem (TSP)*, *Vehicle Routing Problem (VRP)*, dan Pengenalan tentang aplikasi lingo.

2.1.1. *Travelling Salesman Problem (TSP)*

Travelling Salesman Problem (TSP) merupakan salah satu masalah optimasi kombinatorial yang paling banyak dipelajari. Kata *salesman* ini berasal dari permasalahan yang akan diselesaikan yaitu kasus di mana seorang *salesman* harus mengunjungi sejumlah kota sekali saja dan kembali ke kota asal dengan jarak perjalanan terpendek.

TSP dapat diformulasikan sebagai program *Linear Integer*. Beberapa formulasi telah diketahui. Dua formulasi yang terkenal adalah formulasi Miller–Tucker–Zemlin (MTZ) dan formulasi Dantzig–Fulkerson–Johnson (DFJ). Kesamaan kedua formulasi ini adalah memberi label *node* dengan angka 1, ..., n dan d_{ij} adalah jarak dari *node* i ke j . x_{ij} bernilai 1 ketika terjadi perjalanan dari *node* i ke j dan 0 sebaliknya. U adalah variabel untuk *subtour* MTZ. Kemudian muncul formulasi ketiga yang memperkuat formula MTZ yang dikenal dengan Formulasi Desrochers-Laporte (DL).

Formulasi MTZ lebih mudah diimplementasikan karena hanya membutuhkan satu Set kendala tambahan dan formulasi ini sering digunakan dalam VRP. Berikut ini formula MTZ (Miller-Tucker-Zemlin) dari TPS (Miller *et al.*, 1960) d_{ij} melambangkan jarak dari *node* i ke *node* j . x_{ij} adalah variabel keputusan, nilainya 1 jika kendaraan melakukan perjalanan langsung dari *node* i ke *node* j , dan 0 jika tidak. u adalah variabel "penghapusan *subtour*", sering disebut sebagai variabel "waktu kedatangan" atau "muatan". Variabel ini digunakan untuk mencegah kendaraan membentuk *loop* yang terputus (*subtour*) yang tidak mencakup depot. n melambangkan jumlah total *node* (pelanggan + depot).

Fungsi tujuan

$$\text{Min} \sum_i \sum_j d_{ij} x_{ij}, i \neq j \quad (1)$$

Pembatas

$$\sum_j x_{ij} = 1, \forall i, i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_i x_{ij} = 1, \forall j, i \neq j \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, 1 \leq i, j \leq n \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall \{i, j\} \in E; i \neq j \quad (5)$$

Kendala 4 memaksakan bahwa hanya ada satu tur yang mencakup semua *node*, dan bukan dua atau lebih tur terputus-putus yang hanya secara kolektif mencakup semua *node*. Sedangkan persamaan 5 menyatakan x_{ij} adalah bilangan biner.

2.1.2. *Vehicle Routing Problem (VRP)*

VRP adalah masalah penentuan rute kendaraan untuk sebuah himpunan pelanggan yang membutuhkan suatu produk tertentu dan masing-masing pelanggan diketahui lokasi dan jumlah permintaannya, semua permintaan pelanggan dipenuhi dari sebuah sumber (depot) dengan menggunakan sejumlah kendaraan. VRP melibatkan penemuan serangkaian rute yang optimal dalam kondisi terbatas sehingga kendaraan dapat secara efisien melayani sekumpulan pelanggan dan kembali ke titik awalnya (Zhang & Li, 2024).

Penyelesaian *Vehicle Routing Problem* Pada dasarnya terdapat 3 metode untuk menyelesaikan VRP, yaitu:

- Metode Analitik : Metode ini dilakukan dengan menghitung setiap solusi yang mungkin hingga solusi terbaik yang diperoleh. Contoh dari penyelesaian

analitik ini adalah *Branch and bound*, *Branch and cut*, *Branch and cut and price*.

- Metode Heuristik : Metode ini memberikan satu cara untuk menyelesaikan permasalahan optimasi yang lebih sulit dan waktu penyelesaian yang lebih cepat daripada solusi analitik. Contoh metode ini antara lain : *saving based*, *matching based*, *Multi-route improvement Heuristic*, dan lain-lain.
- Metode Metaheuristik : Metode untuk melakukan eksplorasi yang lebih dalam pada daerah yang menjanjikan dari ruang solusi yang ada. Metode ini terinspirasi dari fenomena alam. Kualitas metode ini lebih baik daripada yang terdapat pada penyelesaian heuristik klasik. Contoh metaheuristik adalah *genetic Algorithm*, *particle swarm optimization*, *simulated annealing*, *tabu Search*, dan sebagainya.

Komponen utama VRP adalah jaringan rute geografis, pelanggan, gudang, kendaraan dan pengemudi (Çam & Sezen, 2020). Fungsi tujuan VRP bisa sangat berbeda tergantung pada penerapan hasil tertentu, tetapi beberapa tujuan yang lebih umum adalah:

- Meminimalkan biaya transportasi
- Minimalkan jumlah kendaraan yang dibutuhkan untuk melayani semua pelanggan
- Meminimalkan dalam waktu perjalanan
- Memaksimalkan muatan kendaraan
- Minimalkan Jarak

2.1.2.1. Varian VRP

VRP memiliki berbagai varian yang dikembangkan untuk menangani berbagai kondisi dan batasan dalam distribusi. Sejak pertama kali diteliti hingga sekarang sudah banyak varian dari VRP, beberapa varian VRP yang merupakan dasar dari semua varian di antaranya *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*, *Vehicle Routing Problem with Time windows (VRPTW)*, *Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (HFVRP)*, *Multi-Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP)* dan *Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD)*

CVRP memiliki ciri khusus yaitu setiap kendaraan memiliki kapasitas tertentu, dan tujuan utamanya adalah mengoptimalkan rute dengan mempertimbangkan kapasitas kendaraan tersebut. VRPTW menambahkan batasan waktu (*Time windows*) di mana setiap pelanggan harus dilayani dalam jangka waktu tertentu. Dalam HFVRP, armada kendaraan terdiri dari berbagai jenis kendaraan dengan kapasitas dan biaya operasional yang berbeda. MTVRP memungkinkan kendaraan untuk melakukan lebih dari satu perjalanan dalam satu hari operasi. Sedangkan VRPPD menambahkan sebuah kegiatan pengangkutan dari beberapa atau seluruh tempat tujuan selama proses pengiriman.

2.1.2.2. Formula Matematika VRPTW

Dalam literatur, VRPTW dapat dinyatakan secara matematis (Azi *et al.*, 2007). Kendaraan berkapasitas Q yang mengirimkan barang dari depot ke satu pelanggan $N = \{1, 2, \dots, n\}$ dalam grafik terarah lengkap dengan himpunan busur A . Jarak d_{ij} dan waktu tempuh t_{ij} dikaitkan dengan setiap busur $(i, j) \in A$. Setiap permintaan pelanggan $i \in N$ ditandai dengan q_i , layanan atau waktu tinggal s_i dan jendela waktu $[a_i, b_i]$, di mana a_i adalah waktu paling awal untuk memulai layanan dan b_i waktu paling lambat, sehingga kendaraan harus menunggu jika tiba di pelanggan i sebelum waktu a_i .

$$\text{Min} \sum_{e \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij}^r \quad (6)$$

Pembatas

$$\sum_{j \in N^+} x_{ij}^r = y_{ij}^r, \quad i \in N, j \in K \quad (7)$$

$$\sum_{r \in K} y_i^r = y_i^r, \quad i \in N \quad (8)$$

$$\sum_{i \in N^+} x_{ih}^r - \sum_{j \in N^+} x_{hj}^r = 0, \quad h \in N, r \in K \quad (9)$$

$$\sum_{i \in N^+} x_{0j}^r = 1, \quad r \in K \quad (10)$$

$$\sum_{i \in N^+} x_{i(n+1)}^r = 1, \quad r \in K \quad (11)$$

$$\sum_{i \in N^+} q_i y_i^r \leq Q, \quad r \in K \quad (12)$$

$$t_i^r + S_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^r) \leq t_j^r, \quad (i, j) \in A^+, r \in K \quad (13)$$

$$a_i y_i^r \leq t_i^r \leq b_i y_i^r, \quad i \in N, r \in K \quad (14)$$

$$t_0^1 \geq \sigma^1 \quad (15)$$

$$t_{n+1}^r + \sigma^{r+1} \leq t_0^{r+1}, \quad r = 1, \dots, k-1 \quad (16)$$

$$\sigma^r = \beta \sum s_i y_i^r, \quad r \in K \quad (17)$$

$$t_i^r \leq t_0^r + t_{max}, \quad i \in N, r \in K \quad (18)$$

$$x_{ij}^r \text{ binary}, \quad (i, j) \in A^+, r \in K \quad (19)$$

$$y_i^r \text{ binary}, \quad i \in N, r \in K \quad (20)$$

x_{ij}^r adalah 1 jika busur $(i, j) \in A^+$ berada di rute r , 0 sebaliknya; perhatikan bahwa $x_{0,n+1}^r$ adalah 1 jika rute r kosong. y_i^r adalah 1 jika pelanggan i berada di rute r , 0 sebaliknya. t_i^r adalah waktu dimulainya layanan di pelanggan i di rute r . t_0^r adalah waktu mulai rute r . t_{n+1}^r adalah waktu berakhir dari rute r .

Persamaan 6 merupakan fungsi tujuan meminimalkan total jarak yang ditempuh oleh semua kendaraan. Di sini, d_{ij} adalah jarak antara *node* i dan j , dan x_{ij}^r adalah variabel keputusan yang menunjukkan apakah jalur antara i dan j digunakan oleh kendaraan r . Kendala 7 dan 8 memastikan bahwa setiap titik i diunjungi tepat sekali oleh satu kendaraan r . Kendala 9 memastikan bahwa aliran

masuk dan keluar dari setiap titik h seimbang untuk kendaraan r . Kendala 10 dan 11 memastikan bahwa setiap kendaraan r berangkat dari depot dan kembali ke depot. Kendala 12 memastikan bahwa kapasitas muatan kendaraan r tidak terlampaui. Kendala 13 memastikan bahwa kendaraan r memenuhi batasan waktu layanan di setiap *node* i dan j . Kendala 14 memastikan bahwa kendaraan r tiba di titik i dalam jendela waktu yang ditentukan. Kendala 15 memastikan bahwa waktu awal t_0^1 harus lebih besar atau sama waktu awal. Kendala 16 memastikan sinkronisasi waktu antar rute kendaraan. Kendala 17 ini memastikan bahwa durasi rute kendaraan r dihitung berdasarkan parameter β . Kendala 18 memastikan bahwa waktu perjalanan kendaraan r tidak melebihi batas maksimum. Variabel x_{ij}^r adalah variabel biner yang menunjukkan apakah jalur i ke j digunakan oleh kendaraan r . Variabel y_i^r adalah variabel biner yang menunjukkan apakah titik i dikunjungi oleh kendaraan r sesuai kendala 19 dan 20.

2.1.3. *Lingo Software*

LINGO merupakan sebuah perangkat lunak komprehensif yang didesain untuk memfasilitasi dan meningkatkan efisiensi dalam pembentukan dan penyelesaian model pengoptimalan matematika. Perangkat ini menyediakan suatu paket terintegrasi yang mencakup bahasa yang canggih untuk ekspresi model pengoptimalan, lingkungan yang kaya fitur untuk konstruksi dan modifikasi masalah, serta serangkaian penyelesaian internal yang cepat dan mampu menyelesaikan sebagian besar kelas model pengoptimalan secara efisien.

Tahun 1988 menjadi momen penting bagi LINDO Systems dengan diluncurkannya LINGO, produk perdana yang mengimplementasikan bahasa pemodelan dengan fungsionalitas lengkap. Bahasa pemodelan ini memungkinkan pengguna untuk mengekspresikan model secara ringkas melalui penggunaan notasi penjumlahan dan variabel dengan subskrip. Pada tahun 1993, LINGO memperluas kemampuannya dengan mengintegrasikan penyelesaian non-linier skala besar. Aspek unik dari fitur ini adalah kemampuannya untuk menganalisis karakteristik model secara otomatis dan memilih penyelesaian linier atau non-linier yang sesuai tanpa

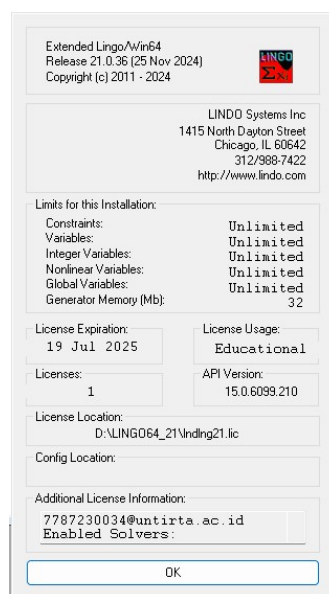
memerlukan intervensi manual. Lebih lanjut, penyelesaian non-linier LINGO juga mendukung pembatasan bilangan bulat umum dan biner.

Penambahan penyelesaian non-linier secara substansial memosisikan LINGO sebagai pengganti GINO sebagai produk utama LINDO Systems untuk optimasi non-linier. GINO, yang diperkenalkan pada tahun 1984, merupakan penyelesaian non-linier pertama yang tersedia pada platform komputer pribadi. Pada tahun 1994, LINGO mencatatkan diri sebagai perangkat lunak bahasa pemodelan pertama yang diikutsertakan dalam literatur ilmu manajemen yang populer.

LINGO menyediakan seperangkat penyelesaian masalah internal yang efisien dan komprehensif untuk menangani optimasi *Linear*, non-*Linear*, kuadratik, kuadratik terbatas, dan *Integer*. Pengguna tidak diwajibkan untuk menentukan atau memuat penyelesaian secara terpisah, karena LINGO secara otomatis mengidentifikasi dan menerapkan penyelesaian yang sesuai berdasarkan formulasi model yang diberikan. Deskripsi ringkas mengenai penyelesaian dan fitur yang tersedia dalam LINGO adalah sebagai berikut:

- Penyelesai Non-*Linear* Umum: Mendukung pemodelan dan penyelesaian masalah non-*Linear* umum serta integrasi dengan variabel *Integer*. Penggunaan kapabilitas non-*Linear* melalui API LINDO memerlukan lisensi yang sesuai.
- Penyelesai Global: Mengimplementasikan kombinasi teknik pembatasan rentang (misalnya, analisis interval dan analisis konveks) dan reduksi rentang (misalnya, pemrograman *Linear* dan kendala dalam kerangka *Branch and bound* untuk memastikan penemuan solusi global yang terbukti untuk program non-*Linear* non-konveks.
- Penyelesai *Multistart*: Secara cerdas menghasilkan urutan titik awal kandidat dalam ruang solusi NLP dan NLP bilangan bulat campuran. Penyelesai NLP konvensional dipanggil pada setiap titik awal untuk mengidentifikasi optimum lokal. Untuk model NLP non-konveks, kualitas solusi terbaik yang dihasilkan cenderung lebih unggul.

- Penyelesai *Barrier*: Merupakan alternatif metode untuk menyelesaikan masalah *Linear*, kuadratik, dan kerucut. Implementasi mutakhir metode penghalang dalam LINGO menawarkan keunggulan kecepatan yang signifikan untuk model berskala besar dan jarang.
- Penyelesai Simpleks: Menyediakan dua implementasi lanjutan dari metode simpleks primal dan dual sebagai pendekatan utama untuk menyelesaikan masalah pemrograman *Linear*. Desainnya yang fleksibel memungkinkan penyesuaian melalui modifikasi parameter algoritma.
- Penyelesai Bilangan Bulat Campuran: Kemampuan penyelesai ini mencakup model bilangan bulat *Linear*, kuadratik, dan non-*Linear* umum, dilengkapi dengan teknik solusi canggih seperti *cutting plane generation*, penataan ulang pohon pencarian dinamis, serta strategi heuristik dan penyelesaian yang komprehensif.
- Penyelesai Stokastik: Mendukung pengambilan keputusan dalam kondisi ketidakpastian melalui pemodelan stokastik *Multi*-tahap dengan *recourse*. Ketidakpastian didefinisikan melalui fungsi distribusi, baik bawaan maupun yang ditentukan oleh pengguna, untuk setiap variabel acak.



Gambar 1 Tampilan “About” aplikasi Lingo

Keunggulan lain dari LINGO adalah disediakannya lisensi untuk keperluan pendidikan yang bisa didapat dengan gratis walaupun memiliki masa pakai 6 bulan. Masa pakai ini dapat diperpanjang kembali dengan mengajukan permohonan kembali. Lisensi ini membuat semua pengguna dapat memakai semua fitur LINGO. Gambar 1 menunjukkan tampilan *About* ketika kita menggunakan lisensi untuk pendidikan

2.2. Penelitian Terdahulu

Penelitian mengenai *Vehicle Routing Problem* (VRP) secara formal dimulai pada tahun 1959 oleh George Dantzig dan John Ramser dalam makalah klasik mereka *The Truck Dispatching Problem*. Sejak saat itu, VRP menjadi salah satu topik sentral dalam riset optimasi dan logistik, dengan perkembangan varian dan pendekatan pemecahan yang sangat pesat hingga saat ini. Pendekatan pemodelan VRP secara umum dapat diklasifikasikan menjadi empat kelompok besar berdasarkan jenis metode: analitik, metaheuristik, hibrida, serta pendekatan modern berbasis pembelajaran mesin.

Pendekatan heuristik diwakili oleh penelitian Souleymane *et al.* (2025), mengembangkan strategi penyisipan permintaan secara real-time dengan penyesuaian jendela waktu adaptif. Metode ini berfokus pada fleksibilitas dan ketangkasan algoritmik untuk merespons dinamika permintaan dan layanan dalam waktu nyata, menjadikannya relevan untuk sistem distribusi yang sangat fluktuatif.

Kelompok hibrida mencakup studi yang menggabungkan metaheuristik dengan metode prediktif, analitik, atau pembelajaran mesin. Beberapa metode hibrida telah dikembangkan untuk berbagai permasalahan. Salah satunya *Hybrid Heuristic Harmony Search Algorithm* (HHHSA) digunakan untuk masalah *Vehicle Routing Problem with Time windows* (VRPTW) dengan mempertimbangkan kendala kapasitas dan jendela waktu (Zhang & Li, 2024). Ada juga *Hybrid Genetic Algorithm* (HGA) yang dipadukan dengan heuristik Solomon untuk masalah yang sekaligus mempertimbangkan jumlah kendaraan (Maroof *et al.*, 2024). Selain itu,

Simulated Annealing dikombinasikan dengan MILP untuk perencanaan pengumpulan sampah multi-depot (Yu *et al.*, 2024).

Metode hibrida lainnya mencakup kombinasi HGA-AVNS dan GCN untuk memprediksi kecepatan lalu lintas serta menghasilkan rute rendah karbon (Lou *et al.*, 2024). Ada pula pemanfaatan G-NSGA-II untuk menangani berbagai kendala seperti emisi karbon, nilai pelanggan, dan jendela waktu pada distribusi hasil pertanian segar (Wu *et al.*, 2023). VNS-NSGA-II yang dikombinasikan dengan TOPSIS juga diterapkan pada model *split delivery* dan *multiple time windows* (Wu & Wu, 2022). Terakhir, pendekatan CP-GA-MP digunakan untuk masalah *Vehicle Routing Problem* (VRP) dengan pengambilan dan pengiriman alternatif (Sitek *et al.*, 2021). Ada pula 2D-Ptr yang digunakan dalam pembelajaran penguatan berbasis *pointer network* dalam konteks kendaraan heterogen dan pengaturan rute minimum waktu (Liu *et al.*, 2024).

Pendekatan metaheuristik murni terlihat dalam studi oleh beberapa penelitian. *Granular Tabu Search* (GTS) misalnya digunakan untuk *Vehicle Routing Problem* (VRP) kendaraan berpendingin (Escobar *et al.*, 2022). Studi ini berfokus pada efisiensi energi dan urutan pengantaran untuk mengurangi konsumsi bahan bakar dan sistem pendingin. Selain itu, *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) dan *Variable Neighborhood Descent* (VND) diterapkan dalam mengatasi *Vehicle Routing Problem with Time windows* (VRPTW) multi-trip dengan durasi waktu perjalanan yang bervariasi (Pan *et al.*, 2021).

Studi yang tergolong dalam pendekatan modern berbasis Reinforcement Learning adalah mengembangkan model multi-agent RL untuk menyelesaikan VRPTW secara real-time (Zong *et al.*, 2024). Metodenya menghasilkan solusi lebih baik dari baseline dengan waktu inferensi hanya dalam hitungan detik—menunjukkan relevansi pendekatan ini untuk sistem logistik cerdas.

Pendekatan analitik tetap menjadi pilar kuat dalam pemodelan *Vehicle Routing Problem* (VRP). Sebagai contoh, *Branch-and-Price-and-Cut* (BPC) digunakan untuk kasus multi-trip dan stasiun pembongkaran, sementara *Arc-flow* diterapkan pada model dengan tenaga kerja multi keahlian (Huang *et al.*, 2021). Ada pula

penerapan *GLPK* dalam distribusi barang konsumsi (Dedović & Gušavac, 2023). Lalu penggunaan MILP untuk rute distribusi bahan bakar dengan pembagian multi-kompartemen (Ramadhani *et al.*, 2021). Model analitik juga diperluas untuk kendaraan listrik dengan algoritma BPC, *column generation*, dan *label correcting* (Duman *et al.*, 2022). Terakhir, pemanfaatan MILP yang memperhitungkan kendaraan heterogen dan layanan simultan (Madankumar & Rajendran, 2019).

Dalam berbagai studi terkait *Vehicle Routing Problem* (VRP), meminimalkan total jarak tempuh adalah salah satu fungsi tujuan yang paling dominan. Ini mencerminkan efisiensi penggunaan bahan bakar dan pengurangan waktu layanan (Dedović & Gušavac, 2023; Huang *et al.*, 2021; Maroof *et al.*, 2024; Zhang & Li, 2024; Zong *et al.*, 2024). Fungsi tujuan lain yang sangat penting dalam konteks VRP adalah meminimalkan total biaya transportasi atau operasional (Huang, Qin, Du, *et al.*, 2024; Huang, Qin, Xu, *et al.*, 2024; Madankumar & Rajendran, 2019; Ramadhani *et al.*, 2021; Sitek *et al.*, 2021; Wu *et al.*, 2023; Yu *et al.*, 2024).

Dalam upaya efisiensi sumber daya armada, beberapa studi secara spesifik menargetkan minimisasi jumlah kendaraan (Dedović & Gušavac, 2023; Maroof *et al.*, 2024). Beberapa studi juga menitikberatkan pada minimisasi waktu (Liu *et al.*, 2024; Ramadhani *et al.*, 2021). Seiring meningkatnya kesadaran terhadap keberlanjutan, fungsi tujuan seperti minimisasi emisi karbon dan konsumsi energi mulai banyak dijumpai (Escobar *et al.*, 2022; Lou *et al.*, 2024; Wu *et al.*, 2023). Terakhir, beberapa studi juga memfokuskan tujuannya pada maksimalisasi tingkat layanan atau kepuasan pelanggan. Hal ini mencerminkan pergeseran orientasi dari efisiensi internal ke kualitas layanan eksternal (Souleymane *et al.*, 2025; Wu *et al.*, 2023; Wu & Wu, 2022).

Aspek paling mendasar dalam perumusan VRP terletak pada kendala kapasitas dan armada, seperti ditunjukkan oleh Zhang & Li (2024), Maroof *et al.* (2024), dan Lou *et al.* (2024), yang semuanya menyertakan pembatasan kapasitas kendaraan. Sementara itu, keterbatasan jumlah kendaraan juga muncul pada Dedović & Gušavac (2023). Model kendaraan heterogen diakomodasi oleh Zong *et al.* (2024) dan Madankumar & Rajendran (2019), serta kendala kapasitas unloading station

dan generalisasi armada turut dibahas oleh Huang *et al.* (2024) dan Liu *et al.* (2024). Duman *et al.* (2021) menambahkan dimensi penting lainnya melalui pemodelan kendaraan listrik, dengan membatasi kapasitas baterai dan pengisian daya parsial.

Dalam ranah waktu dan durasi, berbagai studi menggabungkan jendela waktu layanan, baik keras maupun lunak. Ini terlihat dalam penelitian oleh Balde *et al.* (2025), Wu & Wu (2022), hingga Ramadhani *et al.* (2021). Liu *et al.* (2024) dan Pan *et al.* (2020) secara eksplisit menerapkan durasi maksimal rute kendaraan, sementara Wu *et al.* (2023) dan Wu & Wu (2022) memodelkan waktu layanan adaptif yang menyesuaikan jenis permintaan. Balde *et al.* (2025) menjadi rujukan utama dalam pembahasan penyesuaian jendela waktu progresif, sedangkan Huang *et al.* (2024) dan Huang *et al.* (2021) menyoroti waktu unloading dan antrian bongkar muatan (unloading queue) sebagai variabel krusial dalam distribusi multi-trip.

Pada sisi struktur layanan, multi-trip diakomodasi oleh Pan *et al.* (2020), Huang *et al.* (2024), dan Ramadhani *et al.* (2021), sedangkan konsep split delivery disampaikan oleh Wu & Wu (2022). Pengiriman dan pengambilan simultan dikembangkan oleh Sitek *et al.* (2020) dan Madankumar & Rajendran (2019), sementara Maroof *et al.* (2024) memasukkan kendala subtour elimination ke dalam kerangka genetic algorithm. Escobar *et al.* (2022) dan Liu *et al.* (2024) menyertakan urutan kunjungan pelanggan sebagai kendala eksplisit.

Perkembangan model dinamis dan cerdas menghadirkan dimensi kendala waktu nyata, seperti yang dibahas oleh Balde *et al.* (2025) melalui penyisipan permintaan baru secara real-time dan penyesuaian *time window*. Zong *et al.* (2024) juga membahas order assignment secara real-time dan koordinasi armada multi-kendaraan melalui arsitektur reinforcement learning.

Untuk aspek lingkungan dan energi, Lou *et al.* (2024) menggabungkan emisi karbon, slope, kecepatan, dan akselerasi dalam fungsi kendala konsumsi energi. Wu *et al.* (2023) serta Wu & Wu (2022) secara konsisten mengembangkan kendala degradasi kualitas produk segar akibat waktu dan suhu. Kendala pada sistem pendinginan dan konsumsi bahan bakar dijabarkan dalam GTS oleh Escobar *et al.*

(2022), serta prediksi granular kecepatan lalu lintas melalui GCN oleh Lou *et al.* (2024).

Dalam kelompok kendala tenaga kerja dan infrastruktur, Huang *et al.* (2024) mempertimbangkan alokasi tenaga kerja multikeahlian, sementara Huang *et al.* (2021) memodelkan antrian pelayanan di depot. Kendala spesifik pada kendaraan listrik juga dimunculkan oleh Duman *et al.* (2021), yang menyertakan pembatasan jumlah stasiun pengisian antar pelanggan.

Terakhir, dimensi skala prioritas pada pelanggan atau trip mulai diperhitungkan dalam studi VRP. Wu *et al.* (2023) secara eksplisit menyisipkan *customer value prioritization* ke dalam model multiobjektif mereka. Meskipun studi seperti Ma *et al.* (2020) dan Doan *et al.* (2021) belum masuk dalam tabelmu, keduanya memberi acuan penting bahwa prioritas tugas atau pelanggan dapat dimodelkan sebagai penalti atau aturan urutan layanan yang dapat dilonggarkan.

Tabel 1 secara sistematis merangkum berbagai studi yang telah diuraikan sebelumnya dan menyajikan perbandingan menyeluruh terhadap pendekatan, fungsi tujuan, serta kendala-kendala utama yang diakomodasi dalam literatur VRP terkini selama periode 2019 hingga 2025

Tabel 1 Penelitian sebelumnya

Tahun	Penulis	Judul Penelitian	Metode	Kendala Utama	Fungsi Tujuan	Jenis Metode
2025	Souleymane Balde, Oussama Dribel, Fatima Ezzahra Achamrah, Fouad Riane	<i>A Time window Assignment Strategy for Dynamic Vehicle Routing Problem</i>	<i>Strategi heuristik dinamis mampu menyisipkan permintaan baru secara real-time sambil menyesuaikan time window secara progresif.</i>	<i>Dynamic time window assignment, time window width impact, kapasitas kendaraan, permintaan dinamis, jadwal servis adaptif.</i>	Memaksimalkan service level dan meminimalkan jarak tempuh	Heuristik
2024	Yang Zhang dan Jiacheng Li	<i>A Hybrid Heuristic Harmony Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem With Time windows</i>	<i>Hybrid Heuristic Harmony Search (HHHSA)</i>	Jendela waktu, kapasitas kendaraan	Minimalkan total jarak tempuh	Hibrida
2024	Nan Huang, Hu Qin, Yuquan Du, dan Li Wang	<i>An exact Algorithm for the Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time windows and Multi-skilled manpower</i>	<i>Arc-flow, Trip-based set-covering, Branch-and-price-and-cut</i>	Jendela waktu, <i>Multi-Trip, Multi-skilled manpower</i> , kapasitas kendaraan	Minimalkan total biaya transportasi	Analitik
2024	Ayesha Maroof, Berk Ayvaz, Khawar Naeem	<i>Logistics Optimization Using Hybrid Genetic Algorithm (HGA): A Solution to the Vehicle Routing Problem With Time windows (VRPTW)</i>	<i>Hybrid Genetic Algorithm (HGA) dengan Solomon Insertion Heuristic</i>	<i>Time window constraint, kapasitas kendaraan, constraint subtur, jumlah kendaraan terbatas.</i>	Meminimalkan total jarak tempuh dan jumlah kendaraan	Hibrida

2024	Vincent F. Yu, Panca Jodiawan, Shih-Wei Lin, Winy Fara Nadira, Anna Maria Sri Ashi, Le Nguyen Hoang Vinh	<i>Using Simulated Annealing to Solve the Multi-Depot Waste Collection Vehicle Routing Problem with Time window and Self-Delivery Option</i>	<i>Simulated Annealing (SA) + MILP formulation</i>	Multi-depot constraint, <i>time window</i> , kendala opsi self-delivery, kendala kompensasi pelanggan.	Meminimalkan biaya	Hibrida
2024	Qidong Liu, Chaoyue Liu, Shaoyao Niu, Cheng Long, Jie Zhang, Mingliang Xu	<i>2D-Ptr: 2D Array Pointer Network for Solving the Heterogeneous Capacitated Vehicle Routing Problem</i>	<i>2D Array Pointer Network (2D-Ptr) berbasis Deep Reinforcement Learning</i>	Kendala kapasitas heterogen, min-max route time, kendala generalisasi jumlah kendaraan dan pelanggan.	Meminimalkan waktu	Hibrida
2024	Zefang Zong, Xia Tong, Meng Zheng, Yong Li	<i>Reinforcement Learning for Solving Multiple Vehicle Routing Problem with Time window</i>	<i>Model RL menyelesaikan VRPTW secara real-time dengan hasil 11.7% lebih baik dibanding baseline RL. Inferensi hanya butuh detik.</i>	<i>Time window</i> constraint (via reward shaping), kapasitas kendaraan, koordinasi multi-vehicle, order assignment constraint.	Meminimalkan jarak tempuh total	Modern RL
2024	Ping Lou, Zikang Zhou, Yuhang Zeng, Chuannian Fan	<i>Vehicle Routing Problem with Time windows and Carbon Emissions: A Case Study in Logistics Distribution</i>	<i>HGA-AVNS sukses menghasilkan rute rendah karbon dengan efisiensi tinggi dan prediksi kecepatan lalu lintas granuler menggunakan GCN.</i>	Soft <i>time window</i> , kapasitas kendaraan, akselerasi, slope-based constraints, speed prediction, konsumsi energi berbasis kecepatan diskrit.	Meminimalkan karbon emisi	Hibrida

2024	Nan Huang, Hu Qin, Gangyan Xu, Fang Wan	<i>An Enhanced Exact Algorithm for the Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time windows and Capacitated Unloading Station</i>	<i>BPC menyelesaikan mayoritas instance hingga 100 pelanggan secara optimal atau mendekati optimal dalam waktu singkat. Lebih efisien dibanding metode sebelumnya dalam aspek kualitas solusi dan waktu komputasi.</i>	Multi-trip constraint, <i>time window</i> , kapasitas kendaraan, kapasitas unloading (terbatas & kontinu), urutan perjalanan, alokasi waktu dinamis, integrasi tiga tahap rute (travel-wait-unload).	Meminimalkan total biaya perjalanan	Analitik
2023	Uroš Dedović dan Bisera Andrić Gušavac	<i>Optimal Vehicle Routing in Consumer Goods Distribution: A GNU Linear Programming Kit-Based Analysis</i>	<i>GNU Linear Programming Kit (GLPK)</i>	Kapasitas kendaraan, jumlah kendaraan terbatas	Minimalkan total jarak tempuh & jumlah kendaraan	Analitik
2023	Daqing Wu, Jiyu Li, Jiye Cui, Dong Hu	<i>Research on the Time-Dependent Vehicle Routing Problem for Fresh Agricultural Products Based on Customer Value</i>	<i>Greedy-Enhanced NSGA-II (G-NSGA-II) untuk memecahkan model MILP multiobjektif</i>	Time-dependent speed constraint, kapasitas kendaraan, customer value prioritization, emisi constraint karbon, kerusakan produk segar, <i>time window</i> lunak dan keras.	Meminimalkan biaya	Hibrida
2022	John Willmer Escobar, José Luis Ramirez Duque, Rafael Garcia-Cáceres	<i>A Granular Tabu Search for the Refrigerated Vehicle Routing Problem with Homogeneous Fleet</i>	<i>Granular Tabu Search (GTS) berbasis konsumsi penghematan bahan bakar</i>	Constraint kapasitas kendaraan, constraint termal (heat transfer & air infiltration), urutan kunjungan pelanggan, dan eksposur suhu harian pada rute.	Meminimalkan konsumsi bahan bakar dan energi sistem pendingin	Metaheuristik

2022	Daqing Wu, Chenxiang Wu	<i>Research on the Time-Dependent Split-Delivery Vehicle Routing Problem for Fresh Agricultural Products with Multiple Time windows</i>	<i>VNS-NSGA-II (Variable Neighborhood Search + Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) + TOPSIS</i>	Split delivery constraint, multiple <i>time windows</i> , time-varying road capacity constraint, kendaraan, refrigeration constraint, carbon emission constraint, adaptive service time.	Meminimalkan biaya dan memaksimalkan kepuasan pelanggan.	Hibrida
2021	Nan Huang, Jiliu Li, Wenbin Zhu, dan Hu Qin	<i>The Multi-Trip Vehicle Routing Problem with Time windows and unloading queue at depot</i>	<i>Branch-and-price-and-cut (BPC)</i>	Jendela waktu, <i>Multi-Trip</i> , 'bongkar di depot, kapasitas kendaraan	Minimalkan total jarak tempuh	Analitik
2021	Dinda Safitri Ramadhani, Nur Aini Masrurroh, dan Joko Waluyo	<i>Model Of Vehicle Routing Problem With Split Delivery Multi Trips, Multi Products And Compartments For Determining Fuel Distribution Routes</i>	<i>Multi Integer Linear Programming (MILP)</i>	<i>Split delivery, Multi-Trip, Multi compartments</i> , kapasitas kendaraan	Minimalkan total biaya distribusi & pengiriman	Analitik
2021	Ece Naz Duman, Duygu Taş, Bülent Çatay	<i>Branch-and-price-and-cut methods for the electric vehicle routing problem with time windows</i>	<i>Branch-and-Price-and-Cut (BPC) dengan Column Generation dan Label Correcting Algorithm</i>	<i>Time window</i> constraint, battery capacity constraint, kapasitas muatan kendaraan, partial recharge constraint, constraint maksimum satu stasiun antar pelanggan, constraint	Meminimalkan total jarak tempuh	Analitik

				eksposur waktu dan konsumsi energi.		
2020	Binbin Pan, Zhenzhen Zhang, dan Andrew Lim	<i>Multi-Trip Dependent Routing Problem with Time windows</i>	<i>Adaptive Neighborhood (ALNS), Neighborhood Descent (VND)</i>	Jendela waktu, <i>Multi-Trip</i> , waktu perjalanan bergantung waktu, kapasitas kendaraan	Minimalkan total jarak tempuh	Metaheuristik
2020	Paweł Sitek, Jarosław Wikarek, Katarzyna Rutczyńska-Wdowiak, Grzegorz Bocewicz, Zbigniew Banaszak	<i>Optimization of capacitated Vehicle Routing Problem with alternative delivery, pick-up and Time windows: A modified hybrid approach</i>	Constraintt Programming (CP), Genetic Algorithm (GA), Mathematical Programming (MP)	Jendela waktu, kapasitas kendaraan, pengambilan & pengiriman alternatif	Minimalkan total biaya operasional	Hibrida
2019	Sakthivel Madankumar dan Chandrasekharan Rajendran	<i>A Mixed Integer Linear Programming Model for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup by Heterogeneous and Constrained by Time windows</i>	<i>Mixed Integer Linear Programming (MILP)</i>	Kendaraan heterogen, jendela waktu, pengiriman & pengambilan simultan	Minimalkan total biaya	Analitik

2.3. Posisi Penelitian

Tabel 2 memperlihatkan posisi penelitian ini dan menunjukkan tingkat kompleksitas yang tinggi melalui integrasi delapan fungsi kendala utama dalam satu model *Vehicle Routing Problem* (VRP). Yang membedakan studi ini dari literatur sebelumnya adalah komposisi kendala yang mencakup baik aspek operasional, temporal, struktural, dan strategis, menjadikannya sebagai model yang sangat representatif terhadap tantangan riil distribusi logistik modern.

Secara spesifik, penelitian ini memadukan kendala kapasitas kendaraan, jumlah kendaraan terbatas, dan kendaraan heterogen, yang memperkaya representasi struktur armada. Dari sisi waktu, model ini memasukkan jendela waktu, durasi maksimum per rute, serta waktu *unloading*, memungkinkan pemodelan distribusi yang lebih realistis. Studi ini juga menyisipkan multi-trip, yang hanya sedikit dikaji dalam literatur, dan skala prioritas trip pertama, memberikan fleksibilitas sekaligus nilai strategis dalam penentuan urutan layanan. Perbedaan sekaligus *novelty* penelitian ini terletak pada jumlah fungsi kendala yang lebih banyak, sehingga dapat menjembatani tantangan teknis dan kebijakan prioritas layanan, yang belum banyak diakomodasi secara bersamaan dalam penelitian terdahulu.

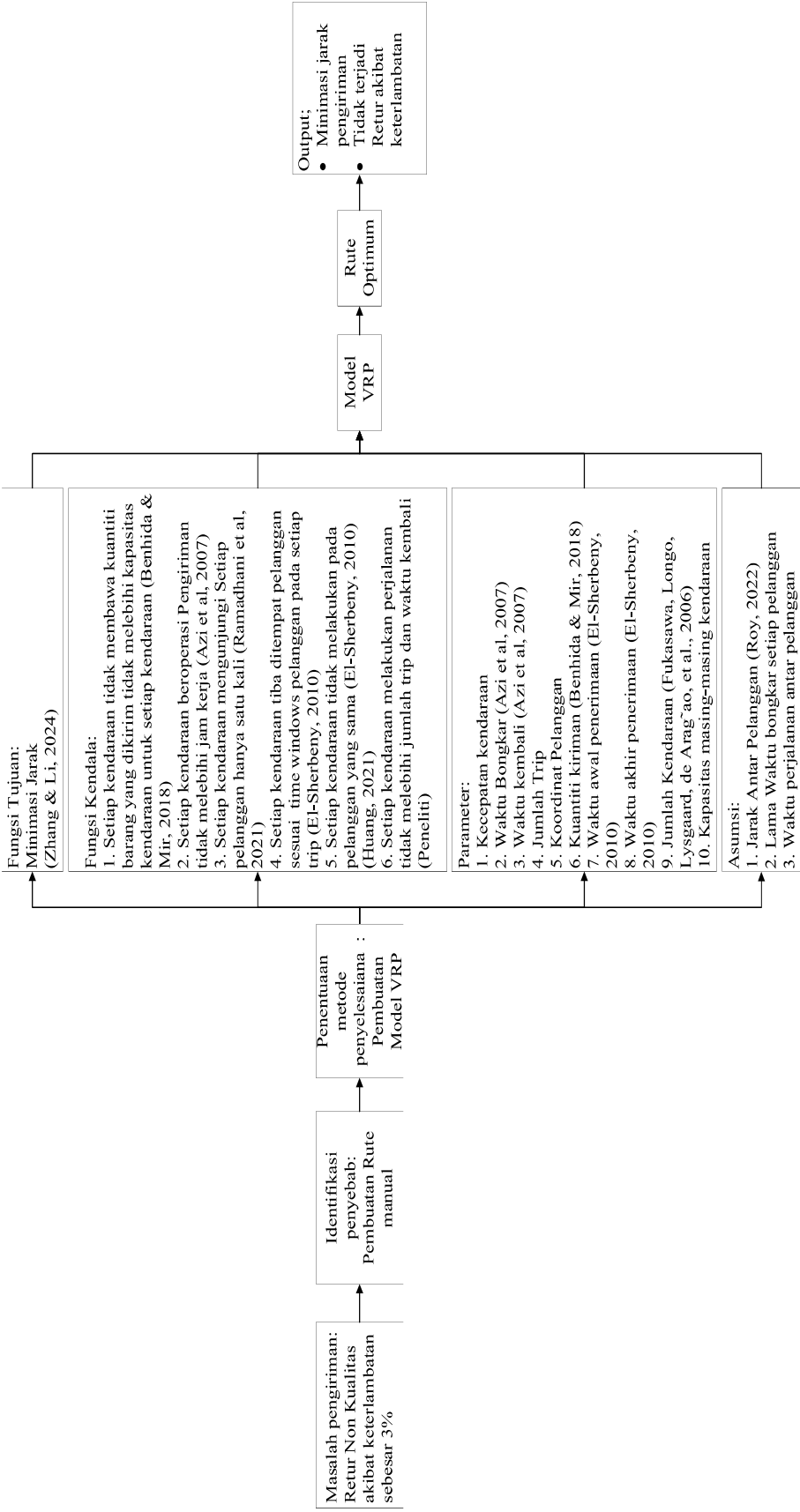
Tabel 2 Posisi Penelitian

Peneliti (Tahun)	Fungsi Kendala							Jumlah Kendala
	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu	Jendela waktu	Subtour elimination	Prediksi kecepatan lalu lintas granular	Degradasi produk segar	Skala prioritas	
Zhang & Li (2024)								2
Maroof <i>et al.</i> (2024)	Kapasitas kendaraan	Jumlah kendaraan terbatas	Jendela waktu					4
Lou <i>et al.</i> (2024)	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu	Emisi karbon	Konsumsi energi berbasis kecepatan dan slope				5
Wu <i>et al.</i> (2023)	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu	Waktu layanan adaptif	Emisi karbon				6
Zong <i>et al.</i> (2024)	Kapasitas kendaraan	Kendaraan heterogen	Jendela waktu	Koordinasi multi- kendaraan real-time	Order assignment real-time			5
Ramadhani <i>et al.</i> (2021)	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu	Multi-trip	Split delivery				4
Huang <i>et al.</i> (2024)	Kapasitas kendaraan	Kapasitas unloading	Jendela waktu	Waktu unloading	Tenaga kerja multikeahlian			5
Huang <i>et al.</i> (2021)	Kapasitas kendaraan	Kapasitas unloading	Jendela waktu	Waktu unloading	Unloading queue			5

Dedović & Gušavac (2023)	Kapasitas kendaraan	Jumlah kendaraan terbatas	Baterai kendaraan listrik	Partial recharge	Stasiun pengisian terbatas				2
Duman <i>et al.</i> (2021)	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu							5
Liu <i>et al.</i> (2024)	Kapasitas kendaraan	Kendaraan heterogen	Durasi maksimum per rute	Urutan kunjungan pelanggan	Generalisasi jumlah kendaraan				5
Sitek <i>et al.</i> (2020)	Kapasitas kendaraan	Pengambilan dan pengiriman simultan / alternatif							2
Madankumar & Rajendran (2019)	Kapasitas kendaraan	Kendaraan heterogen	Pengambilan dan pengiriman simultan						3
Yu <i>et al.</i> (2024)	Jendela waktu	Multi-depot							2
Pan <i>et al.</i> (2020)	Multi-trip	Durasi maksimum per rute	Waktu perjalanan bergantung waktu						3

Escobar <i>et al.</i> (2022)	Eksposur waktu terhadap suhu	Urutan kunjungan pelanggan	Konsumsi bahan bakar dan energi pendingin						3
Balde <i>et al.</i> (2025)	Waktu layanan adaptif	<i>Time window</i> assignment progresif	Permintaan dinamis	Penyisipan pelanggan baru	<i>Time window</i> real-time				5
Wu & Wu (2022)	Jendela waktu	Split delivery	Waktu layanan adaptif	Waktu tempuh bergantung waktu	Degradasi produk segar	Skala prioritas			6
Heri Asbowo (2025)	Kapasitas kendaraan	Jendela waktu	Jumlah kendaraan terbatas	Multi-trip	Kendaraan heterogen	Durasi maksimum per rute	Waktu unloading	Skala prioritas	8

2.4. Kerangka Berpikir



Gambar 2 Kerangka Berpikir

Gambar 2 menyajikan alur logis dari proses identifikasi hingga formulasi solusi menggunakan model *Vehicle Routing Problem (VRP)* untuk mengatasi permasalahan distribusi yang tidak efisien. Diagram dimulai dari pengenalan masalah nyata seperti jarak pengiriman yang tidak optimal, keterlambatan, dan tidak tepatan waktu kedatangan kendaraan. Akar permasalahan diidentifikasi berasal dari pembuatan rute secara manual, yang kemudian diarahkan pada solusi berbasis pemodelan VRP.

Model ini dirancang dengan tujuan utama meminimalkan total jarak pengantaran (Zhang & Li, 2024). Berbagai kendala diformulasikan untuk memastikan solusi yang dihasilkan realistis dan dapat diimplementasikan, mulai dari batasan kapasitas kendaraan, kepatuhan terhadap jendela waktu layanan, hingga pengaturan urutan kunjungan pelanggan. Parameter teknis seperti waktu tempuh, kondisi kendaraan, serta jadwal penerimaan pelanggan dijadikan input krusial dalam model.

Asumsi tambahan seperti jarak antar pelanggan dan durasi layanan memperkuat validitas permodelan. Hasil yang diharapkan dari pemodelan ini meliputi pengurangan jarak tempuh, pengendalian keterlambatan, dan peningkatan ketepatan waktu distribusi. Secara keseluruhan, *flow chart* ini memperlihatkan bagaimana pendekatan VRP diterapkan secara sistematis untuk menjawab tantangan distribusi modern, dengan menggabungkan teori optimasi, data operasional, dan pertimbangan implementatif.