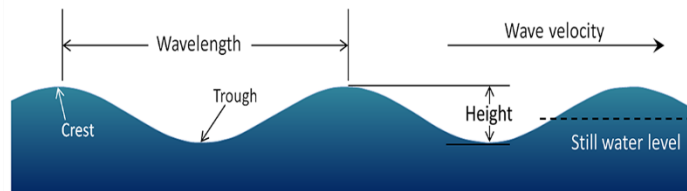


## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Gelombang Laut

Gelombang laut secara umum terbentuk dari perpindahan energi dari gerakan angin ke permukaan laut yang melepaskan energi ke garis pantai [4]. Penyebab gelombang laut terdiri dari berbagai faktor, diantaranya yaitu oleh gaya tarik gravitasi, gempa bumi atau letusan gunung berapi [16]. Gelombang laut juga memiliki pergerakan yang acak dan kompleks, sehingga sulit diukur dan dirumuskan secara akurat [11]. Bentuk gelombang bisa dilihat pada (Gambar 2.1).



Gambar 2. 1 Karakteristik Gelombang [4]

Gelombang laut memiliki beberapa komponen (Gambar 2.1), diantaranya panjang gelombang (*wavelength*) yaitu jarak antara 2 titik yang sama, puncak gelombang (*crest*) yaitu titik tertinggi, lembah (*Trough*) yaitu titik terendah, tinggi gelombang (*Wave height*) merupakan jarak antara lembah dan puncak, dan kecepatan gelombang (*Wave velocity*) yaitu waktu yang dibutuhkan satu gelombang untuk melintasi titik yang sama. Jenis gelombang laut dapat dilihat pada (Tabel 2.1).

Tabel 2. 1 Jenis Gelombang Laut [17]

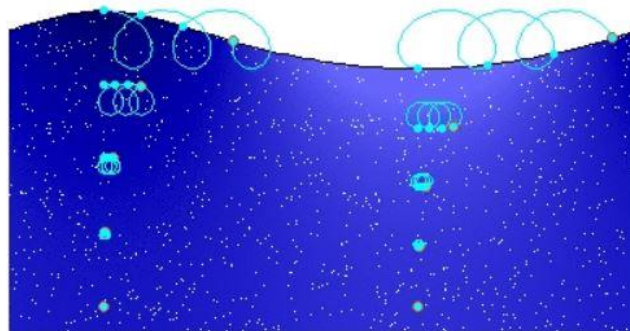
<b>Gelombang</b>	<b>Kedalaman</b>
Gelombang air dalam	$\geq \frac{1}{2}$ panjang gelombang
Gelombang air sedang	$\frac{1}{20} - \frac{1}{2}$ panjang gelombang
Gelombang air rendah	$\leq \frac{1}{20}$ panjang gelombang

Jenis gelombang laut (Tabel 2.1) dibedakan berdasarkan kedalaman air laut dimana gelombang itu terbentuk. Kelas pada gelombang laut dibedakan berdasarkan karakteristik, penyebab terbentuknya dan jenis gelombang berdasarkan kedalaman lautnya. Kelas gelombang laut paling sering digunakan untuk membedakan gelombang laut. Kelas gelombang laut lihat (Tabel 2.2).

Tabel 2. 2 Kelas Gelombang Laut [17]

<b>Gelombang</b>	<b>Perioda</b>	<b>Panjang</b>	<b>Sebab</b>	<b>Jenis</b>
<i>Capillary</i>	< 0.1 detik	< 2 cm	Angin lokal	Dalam ke rendah
<i>Chop</i>	1-10 detik	1-10 m	Angin lokal	Dalam ke rendah
<i>Swell</i>	10-30 detik	Ratusan m	Badai	Dalam ke rendah
<i>Seiche</i>	10 m-10 Jam	Ratusan km	Angin, tsunami, tidal	Rendah ke sedang
Tsunami	10-60 m	Ratusan km	Gempa bumi, erupsi	Rendah ke sedang
<i>Tide</i>	12,4-24,8 jam	Ribuan km	Gravitasi	rendah

Gelombang laut memiliki karakteristik, yaitu perioda adalah waktu yang dibutuhkan 2 puncak gelombang melewati titik yang sama. Frekuensi, yaitu jumlah gelombang laut melewati titik yang sama dalam waktu tertentu, umumnya setiap satu detik. Kecepatan, yaitu waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak tertentu. Gelombang laut memiliki sifat, apabila kedalaman laut minimal setengah dari panjang gelombangnya maka air laut hanya berpindah sedikit secara horizontal, melainkan energi dari gelombang laut yang berpindah, partikel air laut sendiri bergerak dalam orbit melingkar, dengan ukuran orbitnya sama dengan tinggi gelombang [4][16], lihat (Gambar 2.2).

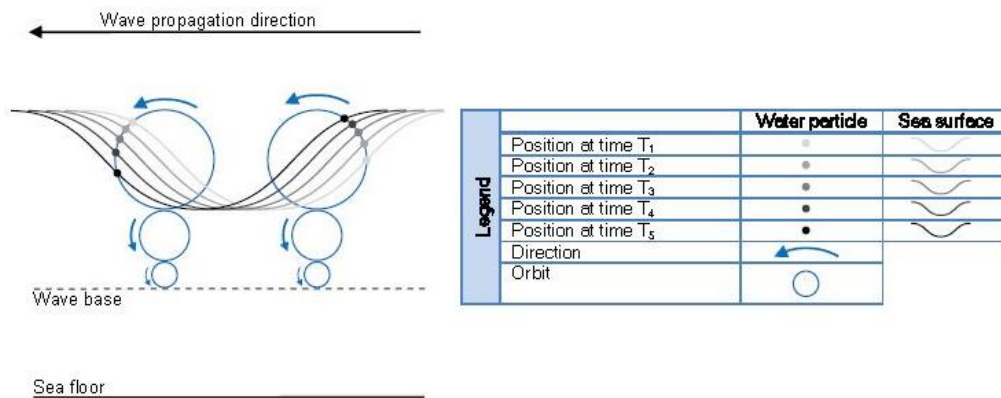


Gambar 2. 2 Pergerakan Orbital Gelombang Laut [4]

Pergerakan orbital ini berkurang seiring berkurangnya kedalaman laut yang dilintasi gelombang, lihat (Gambar 2.2). Sehingga pada kedalaman laut tertentu gelombang laut tidak membentuk gerakan melingkar. Gelombang laut rata-rata memiliki panjang gelombang kurang dari ratusan meter, sehingga permukaan bawah laut dalam tidak terpengaruh oleh gelombang pada permukaan laut.

## 2.2 Pergerakan Buoy

*Wave buoy* mengukur karakteristik gelombang dengan mengikuti pergerakan orbital dari gelombang laut. *Wave buoy* diletakan di laut dengan dua cara, yaitu pertama dengan mengikat *wave buoy* pada pemberat yang diletakan dibawah laut sehingga *wave buoy* diam, cara kedua dengan tidak mengikatnya, sehingga *wave buoy* bisa bergerak terbawa oleh arus permukaan laut untuk mengukur gelombang laut dari titik yang berbeda. Pergerakan *buoy* dapat dilihat pada (Gambar 2.3).



Gambar 2. 3 Pergerakan Orbital *Wave Buoy* [17]

Jumlah titik tertentu pada orbit *wave buoy* yang dilewati sama dengan jumlah gelombang yang melewati *buoy*. Berdasarkan (Gambar 2.3) terlihat bahwa untuk menghitung tinggi gelombang, diperlukan jarak vertikal dari gerakan satu orbit penuh. Jarak vertikal rata-rata yang ditempuh per orbit dapat diketahui dengan menghitung total jarak yang ditempuh selama periode waktu tertentu dan membaginya dengan jumlah gelombang pada periode waktu tersebut.

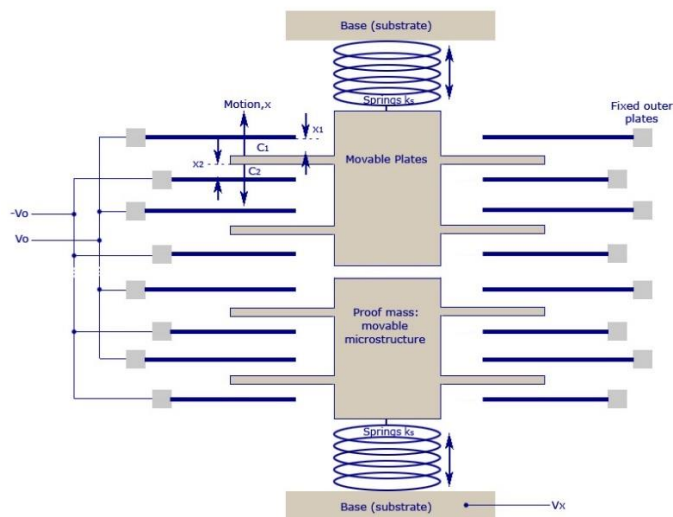
## 2.3 Sensor IMU

*Inertial measurement unit* (IMU) adalah modul yang terdiri dari accelerometer dan gyroscope atau IMU 6DoF yang digunakan untuk mendapatkan nilai orientasi sensor terhadap orientasi bumi [18][19]. Jenis lain terdapat tambahan sensor magnetometer, yang disebut *Magnetic Angular Rate and Gravity* (MARG) atau IMU 9 DoF. IMU 9 DOF mengukur orientasi dengan acuan gravitasi dan kutub utara medan magnet bumi. Kelebihan dari IMU 9 DoF dibandingkan 6 DoF memiliki keluaran yang lebih stabil jika dioperasikan dengan *filter madgwick*. Penggunaan sensor IMU 9DoF bertujuan untuk mengatasi kekurangan dari

giroskop saat menghitung orientasi sensor (*roll*, *pitch* dan *yaw*), yaitu *drift* dari giroskop dikarenakan dalam pengukurannya giroskop tidak mempunyai titik acuan, disini akselerometer dan magnetometer mengukur gravitasi dan medan magnet bumi sebagai acuan untuk mengatasi *drift* [18].

### 2.3.1 Accelerometer

*Accelerometer* adalah sensor yang digunakan untuk mengukur percepatan. *Micro Electro mechanical system* (MEMS) adalah teknologi yang memiliki bentuk fisik yang sangat kecil. MEMS *accelerometer* yang digunakan adalah jenis *capacitive accelerometer*. sensor mengkonversi perpindahan massa dari pergerakan sensor menjadi perubahan nilai kapasitansi yang kemudian dikonversi menjadi sinyal tegangan [20]. Sensor *accelerometer* memiliki dua elemen utama yang terdiri dari pegas dan massa yang berukuran mikro, lihat (Gambar 2.4).



Gambar 2. 4 Mekanikal MEMS Accelerometer [21]

Prinsip dasar *accelerometer* berdasarkan parameter pada (Gambar 2.4), yaitu ketika sensor mendapatkan percepatan dari luar, maka *proof mass* berpindah mendorong pegas yang membuat *proof mass* bergerak secara osilasi, pergerakan *proof mass* ini menyebabkan perubahan kapasitansi antara *proof mass* dan pelat elektroda yang dideteksi dengan perubahan tegangan keluaran dari sirkuit pada sensor [22]. Kapasitansi antara *movable plate* dengan dua pelat elektroda adalah  $C_1$  dan  $C_2$ , pada saat tidak ada percepatan, maka nilai  $C_1$  dan  $C_2$  adalah sama, karena

perpindahan *movable plat*  $x_1 = x_2$ , Tetapi saat sensor diberikan gerakan, maka *proof mass* bergerak atau berpindah ( $x$ ), menyebabkan terjadinya perbedaan nilai kapasitansi yang dapat dihitung menggunakan Persamaan (2.1).

$$C_2 - C_1 = 2\Delta C = 2\epsilon_A \frac{x}{d^2 - x^2} \quad (2.1)$$

Parameter  $\epsilon_A = \epsilon_0 \epsilon A$  dimana  $A$  adalah luas permukaan elektroda,  $d$  adalah jarak antara elektroda dan  $\epsilon$  adalah nilai permitivitas dari material pemisah elektroda. Jarak perubahan posisi  $x$  dicari menggunakan Persamaan (2.2).

$$\Delta C x^2 + \epsilon_A x - \Delta C d^2 = 0 \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) disederhanakan untuk nilai perubahan posisi yang kecil, parameter  $\Delta C x^2$  bisa diabaikan, sehingga dengan menghilangkan  $\Delta C x^2$  didapatkan Persamaan (2.3).

$$x \approx \frac{d^2}{\epsilon_A} \Delta C = d \frac{\Delta C}{C_0} \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) digunakan untuk semua kapasitor. Hal ini dikarenakan untuk semua kapasitor bagian atas dihubungkan secara paralel  $C_1$  begitu juga dengan kapasitor bagian bawah  $C_2$ . Berdasarkan (Gambar 2.6), terdapat parameter  $V_0$  dan  $V_x$ . Nilai  $V_0$  adalah nilai keluaran dari pelat elektroda dan  $V_x$  adalah nilai keluaran dari *proof mass*, kedua parameter ini bekerja dengan Persamaan (2.4).

$$(V_x + V_0)C_1 + (V_x - V_0)C_2 = 0 \quad (2.4)$$

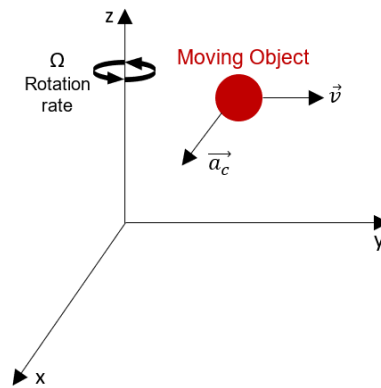
Nilai keluaran tegangan  $V_x$  berdasarkan Persamaan (2.3) bisa ditulis dengan Persamaan (2.5).

$$V_x = V_0 \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1} = \frac{x}{d} V_0 \quad (2.5)$$

Nilai keluaran dari  $V_x$  inilah yang digunakan sensor untuk menghitung nilai percepatan yang dihitung setelah diolah oleh rangkaian *filter* dan penguat.

### 2.3.2 Gyroscope

*Gyroscope* digunakan untuk mengukur kecepatan sudut kerangka acuan inersia. Prinsip kerja sederhana dari *MEMS gyroscope* dengan menggunakan mekanikal getar (*vibrating mechanical*) untuk mendeteksi perubahan sudut sensor [23]. *MEMS gyroscope* dengan mekanikal getar memanfaatkan prinsip *coriolis acceleration* untuk mengukur kecepatan sudut, prinsip *coriolis acceleration* bisa dilihat pada (Gambar 2.5).

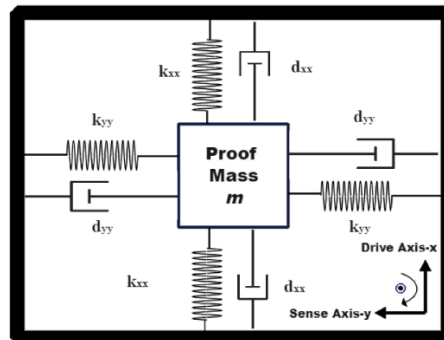


Gambar 2. 5 Percepatan *Coriolis Effect* [24]

Penjelasan lebih rinci mengenai *coriolis effect*, pada (Gambar 2.5) objek merah (*moving object*) pada bidang X, Y, Z yang bergerak lurus dengan kecepatan  $v$  ke arah sumbu Y saat bidang atau *reference frame* diam, lalu apabila *reference frame* diputar terhadap sumbu Z, maka objek merah memiliki gaya ke arah sumbu yang tegak lurus terhadap bidang yang terbentuk oleh arah *moving object* itu dan sumbu rotasi dimana benda itu diputar, dalam (Gambar 2.5) gaya ini memiliki percepatan  $a_c$  dan bergerak ke arah sumbu-x, fenomena ini yang disebut *coriolis effect* [24]. Percepatan dari *coriolis effect* dituliskan dengan Persamaan (2.6).

$$a_c = 2\mathbf{v} \times \Omega \quad (2.6)$$

Percepatan *coriolis effect* pada Persamaan (2.6) adalah besaran percepatan *moving object* merah ( $a_c$ ) pada (Gambar 2.5), percepatan ini juga menjadi prinsip dasar dari sistem mekanikal *vibrating mass MEMS gyroscope*. Prinsip kerja mekanikal *gyroscope* dengan memanfaatkan *coriolis effect* bisa dilihat pada (Gambar 2.6).



Gambar 2. 6 Mekanikal MEMS *Gyroscope* [25]

Komponen utama dari MEMS *gyroscope* pada (Gambar 2.6) adalah *sensing element* yang mengukur kecepatan sudut berdasarkan *coriolis effect* tersusun dari massa, pegas dan peredam. *Read-out circuit* terdiri dari *drive mode* dan *sense mode*. *Case* digunakan untuk melindungi komponen sensor dan untuk *I/O interface*. Saat sensor digerakan *proof mass* berisolasi pada *drive* dan sumbu yang ortogonal, menghasilkan *coriolis effect* yang membuat osilasi dihasilkan pada *sense axis* [23]. Osilasi pada *sense axis* ini yang digunakan untuk menghitung kecepatan sudut. *Coriolis effect* dituliskan dengan Persamaan (2.7).

$$F_c = -2m\bar{\Omega}x\vec{v} \quad (2.7)$$

$\bar{\Omega}$ : laju sudut aksial

$\vec{v}$ : vektor osilasi

Model matematis gabungan dari *vibrating gyroscope* dituliskan pada Persamaan (2.8) dan (2.9) dengan asumsi bahwa  $\Omega_x^2 \approx \Omega_y^2 \approx \Omega_z^2 \cong 0$  dan  $\dot{\Omega}_z \equiv \dot{\Omega} \approx 0$ , dimana nilai  $\Omega$  yaitu kecepatan sudut tidak diketahui.

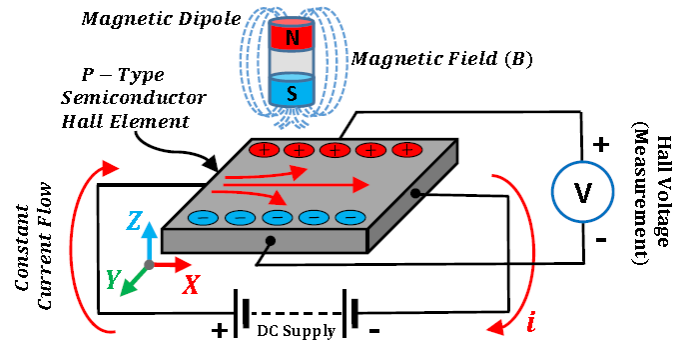
$$m\ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + K_{xx}x + d_{xy}\dot{y} + K_{xy}y = u_x + 2m\Omega\dot{y} \quad (2.8)$$

$$m\ddot{y} + d_{yy}\dot{y} + K_{yy}y + d_{xy}\dot{x} + K_{xy}x = u_y - 2m\Omega\dot{x} \quad (2.9)$$

Persamaan (2.8) dan (2.9) memiliki variabel  $m$  yaitu massa dari *proof mass*,  $x$  dan  $y$  adalah koordinat dari *proof mass* lalu  $K_{xx}$  dan  $K_{yy}$  merupakan nilai koefisien dari pegas, parameter  $d_{xx}$  dan  $d_{yy}$  merupakan nilai peredam, selanjutnya  $u_x$  dan  $u_y$  merupakan nilai kontrol, terakhir  $2m\Omega\dot{y}$  dan  $2m\Omega\dot{x}$  keduanya adalah gaya kopling hasil dari *coriolis effect* serta  $d_{xx}$  dan  $d_{yy}$  adalah galat dari pegas [25].

### 2.3.3 Magnetometer

Magnetometer pada sensor IMU dapat mengukur besar medan magnet bumi disekitar sensor. Teknologi magnetometer dalam mendeteksi medan magnet bermacam-macam, *hall effect* sensor adalah yang paling banyak beredar dipasaran, ada juga *Anisotropic Magnetoresistors* (AMR), *Tunnel Magnetoresistors* (TMR) dan *Giant Magnetoresistors* (GMR) [26]. MPU9250 menggunakan AK8963 sebagai sensor magnetometer, AK8963 memanfaatkan fenomena *hall effect* [27]. Prinsip kerja magnetometer berdasarkan fenomena *hall effect* bisa dilihat pada (Gambar 2.7).



Gambar 2.7 Hall-effect Magnetic Sensor [28]

Fenomena *hall effect* (efek *Hall*) sendiri bisa divisualisasi seperti pada (Gambar 2.7), ketika benda semikonduktor berbentuk pipih yang dialiri arus listrik secara *continue* didekatkan dengan medan magnet maka membuat muatan listrik (elektron dan *holes*) terpisah dikedua sisi pelat semikonduktor [23][28]. Hasil dari pemisahan elektron dan *holes* ke dua sisi yang berbeda menghasilkan perbedaan tegangan listrik, perbedaan tegangan listrik ini yang dikonversi menjadi besaran medan magnet pada sensor magnetometer. Konduktor yang didekatkan dengan medan magnet menghasilkan gaya dengan Persamaan (2.10).

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})) \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) memiliki variabel  $q$  untuk muatan elektron,  $\vec{E}$  yaitu medan listrik, variabel  $\vec{B}$  adalah besar medan magnet dan  $\vec{F}_L$  adalah gaya lorentz. Gaya Lorentz yang dihasilkan berdasarkan Persamaan (2.10) merubah persebaran muatan pada konduktor yang menyebabkan perubahan tegangan listrik pada konduktor tersebut, perbedaan tegangan ini memiliki Persamaan (2.11) [29].

$$V_H = \frac{I \|\vec{B}\|}{qNd} \quad (2.11)$$

Tegangan Hall ( $V_H$ ) memiliki variabel  $I$  untuk nilai arus listrik,  $N$  untuk nilai kerapatan elektron pembawa (*carrier density*) dan variabel  $d$  adalah besar dari ketebalan konduktor dalam meter (m). Besar tegangan sebanding dengan magnitude dari medan magnet  $\vec{B}$  dan dapat ditentukan, dengan asumsi bahwa nilai  $I$ ,  $N$  dan  $d$  diketahui dan konstan [29].



## 2.4 Orientasi

Penelitian ini bertujuan mendapatkan perpindahan alat secara vertikal dalam satuan meter, perpindahan dihitung dari data percepatan sumbu z terhadap bumi. Namun, saat pengujian alat tidak berada dalam posisi tegak lurus dengan bumi yang mengakibatkan sumbu z pada MPU 9250 berubah-ubah, sehingga orientasi sensor harus diubah berdasarkan referensi bumi. Data percepatan alat berdasarkan referensi bumi ini yang akan dikonversi menjadi data perpindahan vertikal.

### 2.4.1 Reference Frame

Kerangka acuan inersia adalah kerangka acuan yang asalnya berada di pusat bumi. Kerangka ini tidak berputar, tidak berakselerasi dan posisinya tetap terhadap benda-benda langit di alam semesta, orientasi kerangka seperti sumbu-Z sejajar dengan Sumbu bumi yang berputar, sumbu-X memanjang ke arah mean *vernal equinox*, dan sumbu Y terhadap kerangka ortogonal kanan [30]. Kerangka bumi adalah kerangka acuan yang asalnya tetap pada pusat bumi dan sumbunya sejajar dengan meridian rata-rata Greenwich dan sumbu Y melengkapi kerangka ortogonal tangan kanan. Kerangka bumi juga disebut sebagai *Earth Centered Earth Fixed* (bingkai ECEF) [30].

Kerangka acuan navigasi adalah kerangka acuan lokal yang titik asalnya bertepatan dengan kerangka acuan sensor, sumbu Z mengarah ke atas normal *ellipsoid*, sumbu X mengarah ke utara geodetik dan Sumbu Y mengarah ke timur geodetik. Kerangka ini disebut sebagai Kerangka ENU (*East North Up*) [30]. *Body frame* (b-frame) adalah kerangka acuan lokal yang asalnya bertepatan dengan pusat *body* (dalam penelitian adalah alat), sumbu X mengarah ke sisi depan alat dan sumbu Y mengarah ke sisi kanan alat dan Z- sumbu untuk melengkapi sisi kanan bingkai *orthogonal* [30].

### 2.4.2 Quaternion

Quaternion didefinisikan sebagai vektor tiga dimensi yang melacak perputarannya, menjadikannya objek 4 parameter. Parameter ini adalah  $w, x, y, z$ , di mana  $w$  adalah rotasi di sekitar sumbunya sendiri terhadap kerangka acuan dalam radian dan  $x, y, z$  adalah koordinat umum untuk menunjukkan vektor dalam tiga

dimensi [16]. Penggunaan quaternion ditujukan untuk menghindari masalah singularitas yang diberikan dalam sudut *euler* yaitu *gimbal lock* [31]. Penulisan vektor quaternion dilihat pada Persamaan (2.12).

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k \quad (2.12)$$

Nilai  $q_0$  adalah bilangan real sedangkan  $q_1, q_2, q_3$  adalah imajiner. Variabel  $i, j,$  dan  $k$  yang menyertai setiap elemen vektor adalah unit vektor pada sumbu  $x, y,$   $z$  ruang tiga dimensi. Dibandingkan dengan sudut Euler, quaternion lebih sederhana untuk menyusun dan menghindari masalah *gimbal lock* [32]. Penulisan lain dari quaternion bisa dilihat pada Persamaan (2.13)

$$q = \cos \frac{\theta}{2} + e \sin \frac{\theta}{2} = \cos \frac{\theta}{2} + e_1i + e_2j + e_3k \sin \frac{\theta}{2} = \cos \frac{\theta}{2} + \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.13)$$

Notasi  $e_n$  merupakan unit vektor baru yang nilainya 0 atau 1 tergantung pada sudut rotasi  $\theta$  diputar dengan sumbu quaternion apa. Sebagai gambaran untuk perputaran quaternion dengan sumbu Z maka  $e_1 = 0, e_2 = 0, e_3 = 1$ , perputaran quaternion dengan sumbu X maka  $e_1 = 1, e_2 = 0, e_3 = 0$  dan perputaran dengan sumbu Y  $e_1 = 0, e_2 = 1, e_3 = 0$  [33]. Dari paparan tersebut maka quaternion hanya berlaku untuk satu perputaran sumbu saja.

## 2.5 Madgwick Filter

Madgwick *Filter* merupakan *filter* yang dikembangkan dari Mahony *filter*. Tingkat akurasi dari madgwick *filter* lebih tinggi dari Mahony *filter*, hal ini dikarenakan Madgwick menambahkan sensor *magnetometer* untuk mengurangi bias dari *gyroscope* [19]. Algoritma Madgwick *filter* menggunakan representasi quaternion untuk membuat estimasi baru dari orientasi sensor MARG dengan menerapkan algoritma penurunan gradien. Perhitungan arah giroskop dan kesalahan pengukuran dari turunan quaternion, algoritma madgwick menggunakan data dari *accelerometer* dan *magnetometer* dalam algoritma penurunan gradien yang diturunkan dan dioptimalkan [34]. Dasar dari algoritma *derivative* pada Madgwick *filter* adalah orientasi dari kecepatan sudut, proses algoritma *fusion*, kompensasi dari distorsi magnetik, dan parameter yang dapat disesuaikan [35].

Sensor *gyroscope* mengukur kecepatan sudut pada sumbu x, y dan z terhadap kerangka sensor, masing-masing ditulis  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  dan  $\omega_z$ . Apabila parameter kecepatan sudut disusun dalam vektor  ${}^S\omega$  ditulis dalam Persamaan (2.14), maka turunan quaternion untuk laju perubahan pada kerangka bumi relatif terhadap kerangka sensor  ${}^S\dot{q}$  dapat dihitung dengan Persamaan (2.15). Dimana, simbol operasi  $\otimes$  menunjukkan produk dari quaternion dan aksen  $\wedge$  menunjukkan vektor normalisasi untuk satuan panjang.

$${}^S\omega = [0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \quad (2.14)$$

$${}^S\dot{q} = \frac{1}{2} {}^S\hat{q} \otimes {}^S\omega \quad (2.15)$$

Orientasi kerangka bumi relatif terhadap kerangka sensor pada saat  $t$ , yaitu  ${}^Sq_{\omega,t}$ , dihitung dengan mengitergral kan quaternion  ${}^S\dot{q}_{\omega,t}$  seperti yang bisa dilihat pada Persamaan (2.16) dan (2.17), dengan keadaan kondisi awal diketahui. Pada Persamaan (2.16) dan (2.17), nilai  ${}^S\omega_t$  adalah kecepatan sudut pada saat  $t$ ,  $\Delta t$  adalah perioda sampling dan  ${}^S\hat{q}_{est,t-1}$  merupakan estimasi orientasi sebelumnya. Subskrip  $\omega$  menunjukkan nilai quaternion merupakan hasil dari kecepatan sudut.

$${}^S\dot{q}_{\omega,t} = \frac{1}{2} {}^S\hat{q}_{est,t-1} \otimes {}^S\omega_t \quad (2.16)$$

$${}^Sq_{\omega,t} = {}^S\hat{q}_{est,t-1} + {}^S\dot{q}_{\omega,t}\Delta t \quad (2.17)$$

Orientasi pada kerangka sensor yang relatif terhadap kerangka bumi dapat dihitung menggunakan data pengukuran arah medan magnet dalam kerangka sensor apabila arah medan magnet bumi dalam kerangka bumi diketahui. Rumusan masalah optimasi dimana orientasi sensor,  ${}^S\hat{q}$ , dapat dihitung ketika perkiraan sebelumnya selaras dengan arah referensi yang telah ditentukan sebelumnya dari bidang dalam kerangka bumi,  ${}^E\hat{d}$  dengan bidang terukur dalam kerangka sensor  ${}^S\hat{s}$ . Sehingga solusinya adalah Persamaan (2.18), dimana apabila dijabarkan fungsi objektif untuk menghitung orientasi dalam quaternion menggunakan Persamaan (2.19).

$$\min_{{}^S\hat{q} \in \mathbb{R}^4} f({}^S\hat{q}, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s}) \quad (2.18)$$

$$f({}^S\hat{q}, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s}) = {}^S\hat{q}^* \otimes {}^E\hat{d} \otimes {}^S\hat{q} - {}^S\hat{s} \quad (2.19)$$

Madgwick filter menggunakan algoritma *gradient descent* untuk menyelesaikan masalah optimalisasi ke-n iterasi yang menghasilkan estimasi

orientasi  ${}^S\hat{q}_{n+1}$  berdasarkan orientasi perkiraan/tebakan awal  ${}^S\hat{q}_0$  dan variabel *step*  $\mu$  dengan Persamaan (2.20). Kesalahan pada permukaan solusi yang ditentukan oleh fungsi objektif,  $f$  dan jacobian,  $J$  menggunakan Persamaan (2.21).

$${}^S\hat{q}_{k+1} = {}^S\hat{q}_k - \mu \frac{\nabla f({}^S\hat{q}_k, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s})}{\|\nabla f({}^S\hat{q}_k, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s})\|}, k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2.20)$$

$$\nabla f({}^S\hat{q}_k, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s}) = J^T({}^S\hat{q}_k, {}^E\hat{d}) f({}^S\hat{q}_k, {}^E\hat{d}, {}^S\hat{s}) \quad (2.21)$$

Persamaan (2.20) dan (2.21) adalah bentuk umum dari algoritma *gradient descent* untuk menentukan orientasi. Komponen rotasi matrix dari  $f$  dan  $J$  berbeda untuk *accelerometer* dan *magnetometer*. Perhitungan menggunakan Persamaan (2.22)

$$\mu(t) = a \| {}^S\dot{q}_{ES}(w, t) \| \Delta t, a > 1 \quad (2.22)$$

Dimana pada  ${}^S\dot{q}_{ES}(w, t)$ , nilai  $a$  adalah perubahan dari orientasi yang diukur oleh *gyroscope* dan augmentasi dari  $\mu$  untuk menghitung *noise* pada bidang homogen (*accelerometer* dan *magnetometer*). Madgwick *filter* juga memiliki variable  $\beta$ , dinyatakan dalam  $\tilde{\omega}_{maxX}$ ,  $\tilde{\omega}_{maxY}$  dan  $\tilde{\omega}_{maxZ}$  (kemungkinan maksimal kesalahan pengukuran dari *gyroscope* sumbu x, y dan z pada kerangka sensor) ditulis dengan {ersamaan (2.23).

$$\beta = \left\| \frac{1}{2} \hat{q} \otimes [0 \quad \tilde{\omega}_{maxX} \quad \tilde{\omega}_{maxY} \quad \tilde{\omega}_{maxZ}] \right\| = \frac{3}{4} \tilde{\omega}_{max} \quad (2.23)$$

Parameter  $\beta$  adalah laju divergensi dari  ${}^S\dot{q}_{ES}(w, t)$ , yang dinyatakan sebagai besaran turunan quaternion dan parameter yang dapat diubah. Variabel ini ditentukan oleh besaran sudut  $\tilde{\omega}_{max}$ , yang merupakan kesalahan maksimal sensor *gyroscope* dari setiap sumbunya. Parameter  $\beta$  pada Persamaan (2.23) dijelaskan bahwa  $\hat{q}$  adalah setiap unit quaternion.

## 2.6 Integral

Data perpindahan dapat dihitung dengan nilai percepatan dan nilai orientasi yang didapatkan dari filter madgwick. Percepatan dari MPU9250 dikonversi menjadi perpindahan dalam satuan cm atau m dengan cara integral. Apabila diketahui posisi terhadap waktu dari sebuah objek, maka kecepatan dapat dihitung dengan Persamaan (2.24).

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \quad (2.24)$$

Mengacu pada Persamaan (2.24), dimana Posisi adalah  $x(t)$  dan kecepatan adalah  $v(t)$ . Percepatan  $a(t)$  dapat dicari dengan menggunakan turunan ke dua dari posisi atau turunan pertama dari kecepatan. Dapat dilihat pada Persamaan (2.25).

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \quad (2.25)$$

Berdasarkan Persamaan (2.25), untuk mencari posisi dari percepatan dengan membalik prosesnya. Yaitu, dengan cara melakukan integral dua kali terhadap data percepatan. Pada prinsipnya, menggunakan *double integration* pada percepatan untuk mendapatkan posisi, inialisasi posisi dan inialisasi kecepatan harus diketahui [36]. Setelah integral pertama dilakukan, inialisasi kecepatan harus ditambahkan pada hasil integral, ditulis sebagai Persamaan (2.26).

$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a(t)dt \quad (2.26)$$

Variabel pada Persamaan (2.26) yaitu  $t_0$  adalah waktu inialisasi dan  $v(t_0)$  adalah inialisasi dari kecepatan, untuk mendapatkan posisi dari kecepatan yang diintegrasikan kembali menggunakan prinsip yang sama, dilihat pada Persamaan (2.27).

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v(t)dt \quad (2.27)$$

Nilai inialisasi dari kecepatan dan posisi harus diketahui untuk menghindari kesalahan, tetapi nilai inialisasi didapatkan dengan langsung menghitung secara langsung yang membuat ini sangat tidak praktis [37]. Perhitungan posisi menggunakan metode integral tanpa perlu menggunakan nilai inialisasi. Metode yang dipilih adalah *trapezoidal rule*, metode ini memiliki hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan dengan metode *digital integration* seperti *rectangular method* [36]. Metode ini memiliki Persamaan (2.28) berikut.

$$y(n) = y(n - 1) + \frac{1}{2f_s} [x(n - 1) + x(n)], n > 0 \quad (2.28)$$

*Trapezoidal integration* memiliki kelebihan lain yaitu bisa digunakan secara *real time* [16]. Sehingga apabila penelitian ini dilanjut dengan membuat perhitungan secara *real time* maka metode integral ini bisa tetap digunakan.

## 2.7 Kajian Pustaka

Skripsi ini mengenai pengukuran gelombang menggunakan sensor MPU9250 dan Arduino Mega 2560 dengan *filter* madgwick dan integral trapeziodal. Beberapa

penelitian lainnya mengenai *wave buoy* menggunakan sensor *accelerometer* dan mengirimkan datanya menggunakan modul *GPRS* mendapatkan akurasi 94,95% [10]. Penelitian lainnya untuk menghitung tinggi gelombang laut menggunakan sensor *accelerometer* menggunakan metode *fourier transform* menghasilkan rata-rata perbedaan sebesar 0,17 m dibandingkan dengan data prediksi dari Badan Informasi Geospasial atau nilai akurasinya mencapai 85% [11].

Pengukuran karakteristik gelombang laut dengan memfilter data 9dof dengan kalman *filter* menghasilkan akurasi yang sangat baik. Akurasi pengukuran tinggi gelombang lebih dari 3,75% x nilai pengukuran, untuk *error* arah gelombang  $\pm 1^\circ$  dan akurasi perioda gelombang  $\pm 0,1$  detik, namun *filter* ini memiliki kekurangan yaitu memerlukan pemrosesan yang berat sehingga harus menggunakan mikrokontroler yang mahal [38].

Penelitian untuk mengukur tinggi dan perioda gelombang menggunakan sensor IMU. Data *acceleration* difilter menggunakan metode *anisotropic diffusion* kemudian dikonversi menjadi tinggi gelombang menggunakan *Fast Fourier Transform*. Alat diuji menggunakan simulator rotari sinusoidal sebanyak dua kali dengan nilai tinggi gelombang 3m. Pengujian dengan perioda 10s menghasilkan akurasi tinggi gelombang 97,07% dan perioda 97,6%. Pengujian dengan perioda 14,2s menghasilkan akurasi tinggi gelombang 97,88% dan perioda 99,01% [39].

Penelitian *wave buoy* untuk mengukur tinggi gelombang menggunakan arduino dan sensor IMU dengan modul BN005. Pengujian dilakukan secara simulasi pada wadah air untuk menggantikan gelombang laut. Hasil pengujian dari penelitian ini untuk tinggi gelombang sebanyak 20 kali dengan parameter tinggi yang berbeda menghasilkan akurasi sebesar 73,06% dan kesalahan rata-rata sebesar 26,94% [40].